

第3学年D組 数学科学習指導案

授業者 岸本航司

1 単元名 文字式を使って説明しよう（多項式）

2 単元について

(1) 題材観

第2学年では、文字を用いて数量の関係や法則などを考察する力を養うとともに、簡単な整式の加法・減法、単項式の乗法と除法の計算について学習している。また、数量や数量の関係を捉え説明するのに文字を用いた式が活用できることや、目的に応じて簡単な式を変形することについて学習している。

第3学年では、これらの学習の上に立って、単項式と多項式の乗法、多項式を単項式で割る除法及び簡単な一次式の乗法の計算ができるようにする。さらに、公式を用いる簡単な式の展開と因数分解を取り扱い、これによって、文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え、説明する力を養うようにする。乗法公式や因数分解の公式は、数や図形の性質などが成り立つことを、文字を用いた式を使って説明したり、二次方程式を解いたりする場合にしばしば活用される。したがって、これらの公式を能率的に活用し、目的に応じて式を変形したり式の意味を読み取ったりできるようになることが重要である。これは、第2学年の「B図形」の領域における「証明を読んで新たな性質を見いだすこと」と関わる内容であり、統合的・発展的に考える力を養うことにつながる。

(2) 指導観

本時は、これまでの文字式の学習のまとめとして、性質の発見、証明、条件変え、統合の過程を経ながら問題解決をしていく。1・2年次の学びとのつながりをもたせるため、具体的な数の並びとして「数表」を題材に設定した。

前時に、 2×2 の正方形の枠で囲んだときの4つの数をそれぞれ a 、 b 、 c 、 d としたときに、 $b c - a d = 7$ となっていることを証明する。数の観察から帰納的に性質を見いださせた上で、生徒との議論の中で条件（仮定）や結論を整理し、文字式を用いて証明させる。問題解決の中で、「自分の証明をより相手に伝わりやすくするには、どのように式を表現すればよいか。」と問い、よりよい表現や、文字式を用いて問題解決することのよさを実感させる。

本時では、条件に立ち返り、条件変えができるところについて検討する。①数表（10区切り）、② 2×2 、③正方形、のいずれの条件に対しても、条件変えの可能性について議論をする。その上で自分が検証してみたい課題を設定させ、問題解決に取り組ませる。全員が問題解決への意欲をもてるように、オープンかつ統合的に考えることが可能な課題設定とした。

最後に、協働的に学びを深めていく時間を確保した。まずに同様の視点で条件変えをした生徒と考えを聴き合う中で、条件変えしても変わらないことを顕在化させる。次に他の視点で条件変えした生徒の考えにも触れさせ、本時の課題にとって本質的な条件が何だったのかを検討していく。

3 研究への手立て

(1) 困難に向き合い、試行錯誤するなどの挑戦する学びの場面の設定【手立て1】

課題2をオープンかつ統合的に考えることが可能な課題に設定することで、生徒が自分事として主体的に課題に取り組み、試行錯誤をしながらよりよい解に辿りつこうとする場面を設定した。

(2) 教師や仲間との協働的な学びの充実の手立て【手立て2】

個人思考を深めていった後で、他の条件変更と比較検討することでより深い考察を得られるような課題設定にした。これにより協働的に問題解決をしていくことの必然性と有用性が生まれる。振り返りの場面で、他者との協働が学びの充実に必要であることを実感させたい。

4 指導目標

(1) 簡単な多項式について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 単項式と多項式の乗法及び多項式を単項式で割る除法の計算をすること

(イ) 簡単な一次式の乗法の計算及び次の公式を用いる簡単な式の展開や因数分解をすること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 既に学習した計算の方法と関連付けて、式の展開や因数分解をする方法を考察し表現すること。

(イ) 文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明すること。

5 指導計画と評価規準 (○学習指導の過程における評価 ◎単元における総括とするための評価)

小単元等		授業時間数
1	多項式の計算	6時間
2	因数分解	5時間
3	式の計算の利用	6時間 (本時 6/6)
4	単元のまとめ パフォーマンス課題	2時間
		19時間

小単元の指導のねらい、生徒の学習活動及び評価の概要は次の表のとおりである。

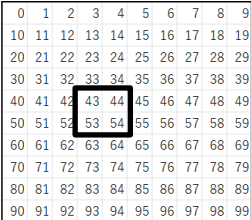
時数	学習内容 ・数学的活動	重視したい 学習過程	学習過程を充実させるための 具体的な手立て	挑戦心を 引き出す発問	知	思	主
12	速算法の証明 ・速算法の仕組みを、文字を用いて説明する活動		対 予想が成り立つことの証明を、互いに聴き合い、洗練させる	「他の数の設定でも同様のことが言えるかな」(D2)	○	○	
13	式の計算を利用した計算の工夫 ・乗法公式や因数分解の公式を用いて、工夫して計算できることを説明する活動		対 予想が成り立つことの証明を、互いに聴き合い、洗練させる 深 式の意味を読み取らせる活動を通して、式変形の意味を実感させる	「他の数式でも乗法公式や因数分解の考え方を活用できる場面はないかな。」(D1/D2)	◎		
14	図形の性質の証明 ・図形の性質を見だし、文字式の計算を用いて証明し、条件変えする活動		主 これまでの学習を振り返り、一度見いだした結論からさらに条件変えについて考え、新たな問いを見いださせる	「他の図形や立体でも同じことが言えるかな」(D1)		○	
15	数の性質の証明① ・数の性質を見だし、文字式の計算を用いて証明し、表現を洗練する活動		対 予想が成り立つことの証明を、互いに聴き合い、洗練させる 深 式の意味を読み取らせる活動を通して、式変形の意味を実感させる	「今回の条件を変更して、新しい問題をつくらせたら、どの部分をどのように変えられるかな。」(D2)		○	
16	数の性質の証明② ・数の性質を見だし、文字式の計算を用いて証明し、表現を洗練する活動		対 予想が成り立つことの証明を、互いに聴き合い、洗練させる 深 式の意味を読み取らせる活動を通して、式変形の意味を実感させる	「自分の証明をより相手に伝わりやすくするには、どのように式を表現すればよいかな。」(C)	○		
17 本時	数の性質の証明③ ・数の性質を見だし、文字式の計算を用いて証明し、条件変えする活動		主 これまでの学習を振り返り、一度見いだした結論からさらに条件変えについて考え、新たな問いを見いださせる	「今回の条件を変更して、新しい問題をつくらせたら、どの部分をどのように変えられるかな。」(D2)		○	

6 本時の学習指導

(1) ねらい

数表から見いだした性質を文字を用いて証明し、条件変えを元に統合的・発展的に考察することができる。〈思考力、判断力、表現力等〉

(2) 学習過程

学習活動	教師の発問 (◎) 予想される生徒の反応 (・)	指導に生かす評価 (◇) 記録し指導に生かす評価 (◆) 支援 (⇒) 指導上の留意点 (○) 研究との関わり (★)
<p>〈前時〉数表から性質を見だし、文字式を用いて証明する</p> 	<p>まとめ 10区切りの数表で、 2×2の正方形で囲まれた4つの数をa, b, c, dとするとき、 $bc - ad = 10$となる。 このことは、それぞれの数を文字を用いて表して、式を変形することで証明できる(右記)。</p>	<p>〈証明〉 $b = a + 1$ $c = a + 10$ $d = a + 11$だから $bc - ad$の値を求めると $bc - ad = (a + 1)(a + 10) - a(a + 11)$ $= (a^2 + 11a + 10) - (a^2 + 11a)$ $= 10$ よって $bc - ad$の値は10になる。</p>
<p>〈本時〉</p> <p>1 問題を把握する</p> <p>2 課題を設定する</p> <p>3 個人思考する</p> <p>4 他者の証明を聴き、表現や考えを洗練する</p>	<p>問題 前回の問題の条件を変更しても、性質は成り立つだろうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・10にはならないような気がする。 ・一定の数にはなるかもしれない。 <p>◎条件のどの部分を変えられるかな。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・(1)数表の区切りの数(10) ・(2)正方形の大きさ(2×2) ・(3)囲みの形(正方形) <p>◎どのように変えられるかな。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・(1)7区切りの数, n区切りの数... ・(2)3×3, 4×4... ・(3)長方形, 平行四辺形, 台形 <p>◎自分が解決したい問題をつくろう。</p> <p>課題 条件を変えても、$bc - ad$に性質が成り立つか証明しよう。</p> <p>◎どのように証明すればいいかな。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・前回と同じように、文字式を用いれば証明できそうだ。 <p>◎同じ部分の条件変えをした人の証明を聴き、よりよい考察をしよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・(1)では、区切りの数を変えても $bc - ad$の値は一定になる(nになる)。 ・(2)では、正方形の大きさを変えても、$bc - ad$の値は一定になる。 ・(3)では、長方形やひし形, 平行四辺形など(対角線がそれぞれの中点で交わる, 点対称)のとき, $bc - ad$の値は一定になる。 	<p>★前時の課題の条件を振り返り、条件変えできる部分を生徒とともに議論する。その中で全ての生徒にとって解決したくなる問いを自分自身の中にもたせる。</p> <p>◇条件変えを元に統合的・発展的に考察することができる。</p> <p>〈思・判・表〉 ⇒クラスの中で考えを共有する。</p> <p>○文字の設定に難がある生徒は、前時の学習を振り返らせ、支援する。</p> <p>◇条件変えを元に統合的・発展的に考察することができる。</p> <p>〈思・判・表〉 ⇒同様の観点で考察を深めた他者の考えを聴かせながら、「結局変わらないことは何なのか」を問う。</p> <p>★協働的に問題解決をしていくことの必然性と有用性を感じさせる。</p>

<証明>

(1)①7刻みにする

<証明>

$b=a+1$ $c=a+7$ $d=a+8$ だから
 $ad-bc$ の値を求めると
 $bc-ad=(a+1)(a+7)-a(a+8)$
 $=(a^2+8a+7)-(a^2+8a)$
 $=7$
 よって $bc-ad$ の値は 7 になる。

②12刻みにする

<証明>

$b=a+1$ $c=a+12$ $d=a+13$ だから
 $ad-bc$ の値を求めると
 $bc-ad=(a+1)(a+12)-a(a+13)$
 $=(a^2+13a+12)-(a^2+13a)$
 $=12$
 よって $bc-ad$ の値は 12 になる。

③n刻みにする

<証明>

$b=a+1$ $c=a+n$ $d=a+n+1$ だから
 $ad-bc$ の値を求めると
 $bc-ad=(a+1)(a+n)-a(a+n+1)$
 $=\{a^2+(n+1)a+n\}-\{a^2+(n+1)a\}$
 $=n$
 よって $bc-ad$ の値は n になる。

(2)①3×3

<証明>

$b=a+2$ $c=a+20$ $d=a+22$ だから
 $ad-bc$ の値を求めると
 $bc-ad=(a+2)(a+20)-a(a+22)$
 $=(a^2+22a+40)-(a^2+22a)$
 $=40$
 よって $bc-ad$ の値は 40 になる。

②4×4

<証明>

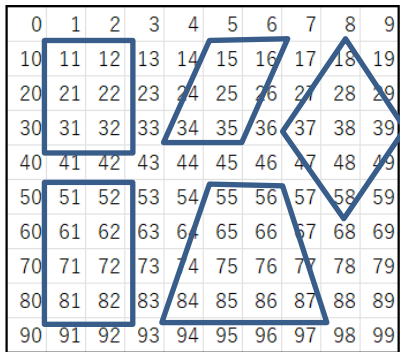
$b=a+3$ $c=a+30$ $d=a+33$ だから
 $ad-bc$ の値を求めると
 $bc-ad=(a+3)(a+30)-a(a+33)$
 $=(a^2+33a+60)-(a^2+33a)$
 $=60$
 よって $bc-ad$ の値は 60 になる。

③m×m (10刻みの場合)

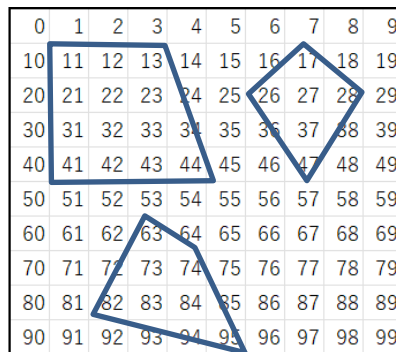
<証明>

$b=a+m-1$ $c=a+10(m-1)$
 $d=a+10(m-1)+m-1$ だから
 $ad-bc$ の値を求めると
 $bc-ad=(a+m-1)\{a+10(m-1)\}-a\{a+10(m-1)+m-1\}$
 $=\{a^2+11(m-1)a+10(m-1)^2\}-\{a^2+11(m-1)a\}$
 $=10(m-1)^2$
 よって $bc-ad$ の値は $10(m-1)^2$ になる。

(3)<bc-adが一定になる例>



<bc-adが一定にならない例>



$bc-ad$ が一定になるときは、どの場合も $a+d$ と $b+c$ が等しくなるように囲んでいる場合で、図形的に見ると対称性がある図形である。
 (例: 長方形, 平行四辺形, 等脚台形, ひし形)
 $a+d$ と $b+c$ が等しくならないように囲んでいる場合(例: 台形, たこ形, 一般四角形), 式で考えたときに a の係数が 0 にならないため, $bc-ad$ が一定にならない。

5 様々な条件変えによって得られた結論を元に、考察を深める

- ◎分かったことを小グループごとで話し合おう。
- ・区切りの部分を変えても、正方形の大きさを変えても、結局式で計算したときに文字の部分が消えて、定数項だけになる。
- ・囲み方に対称性があれば、いつでも成り立つのではないかな。
- ・逆に、成り立たないときってどういう条件のときなんだろう。

6 全体で共有する

- ◎条件変えした問題をまとめて比較することでどんなことが分かるかな。
- ・条件変えして様々な条件について考えることで、より深く、本質的な性質を見つけることができた。

7 本時を振り返る

- ◎大切だった見方・考え方を書こう。
- ・一つの結論から、条件を変えて様々な性質を証明したり、それをまとめて新たな性質を見いだしたりすることが大切だと思った。

◇条件変えを元に統合的・発展的に考察することができる。

<思・判・表>

⇒異なるの観点で考察を深めた他者の考えを聴かせながら、「変わる部分はどこなのか」「変わらない部分はどこなのか」「結局変わらないことは何なのか」を問い、式に着目させながら考えさせる。

★条件を変えても性質が保存された場合と、保存されない場合の式を見比べさせ、本時の課題の本質的な条件を考察させる。

○学びの足跡シートに本時の大切だった見方・考え方を記述させ、生徒同士でも共有させる。

○レポート課題につなげさせる。

