

## 第3学年B組 数学科学習指導案

授業者 島田和紀

## 1 単元名 数の世界をひろげよう(平方根)

## 2 単元について

## (1) 題材観

第1学年では、取り扱う数の範囲を正の数と負の数に拡張して、正の数と負の数の必要性と意味を理解し、その四則計算について学習している。第2学年では、文字を用いた式や方程式、関数、確率などについての学習を通して、数についての理解を一層深めている。第3学年では、二次方程式を解く場合や、三平方の定理を活用して長さを求める場合には、有理数だけでは不十分なので、数の範囲を無理数にまで拡張する。新しい数として平方根を導入することで、これまで扱うことができなかった量を考察の対象とすることができる。このような正の数の平方根の必要性と意味を理解し、正の数の平方根を含む簡単な式の計算ができるようにするとともに、具体的な場面で平方根を用いて表したり処理したりすることを通して、それを具体的な場面で活用することができるようにすることがねらいである。

## (2) 指導観

本時では、根号のついた数の加法の仕方について、その根拠を明らかにしていきながら考えていく。前時までには、平方根の意味や乗除の仕方について、面積図や式の計算の考えを用いながら学習を進めてきた。その学習と関連させ、もしこれまでのように加法を考えるとしたら、「 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ と計算してよいか」を問う。予想を立てさせながら、生徒の身近な問いとして課題意識をもたせたい。ここでは、自力解決において多様な考え方を引き出すために、複数の見通しをもたせるようにする。これまでの学習を想起させることで、「具体数での反例を挙げる」、「2乗して考える」、「面積図で考える」等の見通しをもたせ、既習の考え方が使えるのではないかと意識させたい。より深い学びにつなげるため、机間指導を通じて「他の方法はないか」「違う数ではどうか」「文字を使ってもいえるか」等の発問を個別(小グループ)に投げかける。様々な考え方のよさを共有した後、「 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ と計算してはならない」という一つの結論に統合していく。その後、「 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ と計算できることはあるのだろうか」と課題を発展させ、先の説明で用いた「2乗して考える」、「面積図で考える」等から計算できる条件を論理的に説明できるようにする。こうした活動を通じて、これまでに用いたそれぞれの考え方のよさや根号のついた数の加法、減法について正しい理解を定着できるようにしたい。

## 3 研究の手立て

## (1) 挑戦心を引き出す学習指導の工夫

前時までの学習と関連させながら、「 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ と計算してよいか」という正誤タイプの問いを生徒とのやりとりを通してつくる。ここでは生徒の中に計算のきまりを明らかにしていくことの必然性や、きっと加法についても同じように計算できるだろうという期待をもたせ、生徒に身近な問いとして課題意識をもたせたい。その上で、複数の見通しをもたせることで、まずは自分なりの説明に取り組ませる。ここでは、「他の方法はないか」「違う数ではどうか」「文字を使ってもいえるか」等の発問を個に応じた投げかけることで、新たな視点からの説明に取り組むきっかけを与え、挑戦心を引き出したい。意見を共有し、「 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ と計算してはならない」ということを統合していきながら、「 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ と計算できることはあるのだろうか」という課題に発展させ、生徒の挑戦心をさらに引き出したい。

## (2) 個別最適な学びの工夫

本時では、「 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ と計算してよいか」という問いについて自分なりに論理的に考え、

様々な方法で説明していくことを大切にしている。そのため、自力解決の前に解決の見通しを複数もたせることで、「自分ならこの方法がよいと思う」という意思決定のもと、問題に主体的に取り組めるように展開していく。机間指導を通して、指導の個別化を図り、それぞれに応じたフィードバックを行うことで、生徒一人ひとりの思考を促進し、平方根の本質的な理解へと迫っていくとする態度を養いたい。

#### 4 指導目標について

正の数の平方根について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

- (ア) 数の平方根の必要性和意味を理解すること。
- (イ) 数の平方根を含む簡単な式の計算をすること。
- (ウ) 具体的な場面で数の平方根を用いて表したり処理したりすること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

- (ア) 既に学習した計算の方法と関連付けて、数の平方根を含む式の計算の方法を考察し表現すること。
- (イ) 数の平方根を具体的な場面で活用すること。

#### 5 指導計画と評価規準 (○学習指導の過程における評価 ◎単元における総括とするための評価)

小単元等		授業時間数
1	平方根	5 時間
2	根号をふくむ式の計算	7 時間 (本時 5 / 7)
3	平方根の利用	2 時間
4	章のまとめ (パフォーマンス課題等)	1 時間

時数	学習内容 ・数学的活動	重視したい 学習過程	学習過程を充実させるための 具体的な手立て	挑戦心を引き出す 発問例	知	思	態
6 7 8 9	根号をふくむ式の乗除 ・平方根の乗法、除法の仕方について、既習の性質を関連付けて多面的な方法で考えたり、図や式を用いて筋道立てて伝えたりする活動		<b>主</b> 解決の見通しを共有し、自分なりの方法で考える機会を設ける。 <b>対</b> 小グループや全体で考えを共有し、それぞれの考え方のよさに気付かせながら、統合する場面を設ける。	「 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ のように計算してもよいでしょうか」(C)	◎	◎	○
⑩ 本時	根号をふくむ式の加減 ・平方根の加法、減法の仕方について、既習の性質を関連付けて多面的な方法で考えたり、図や式を用いて筋道立てて伝えたりする活動		<b>主</b> 解決の見通しを共有し、自分なりの方法で考える機会を設ける。 <b>対</b> 小グループや全体で考えを共有し、それぞれの考え方のよさに気付かせながら、統合する場面を設ける。	「 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ のように計算してもよいでしょうか」(C)		◎	○
11	根号をふくむ式の加減 ・平方根の加法、減法の仕方について、既習の性質を基に、計算の過程を吟味しながら、評価改善していく活動		<b>深</b> 根号をふくむ四則の計算の方法を、どのように考えてきたかを既習事項と関連付けて考えさせる。	「根号をふくむ四則の計算の方法は、どのように考えてきましたか」(D2)	◎	○	
12	根号をふくむ式のいろいろな計算 ・平方根のいろいろな計算について、既習の性質を基に、計算の過程を吟味しながら、評価改善していく活動		<b>深</b> 根号をふくむいろいろな計算について、計算の過程を吟味させ、どのように考えればよいか考えさせる。	「分母に根号をふくむ式がある分数の有理化はできるのだろうか」(D2)	◎	◎	

## 6 本時の学習

### (1) 本時の目標

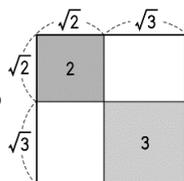
○平方根の加法や減法の計算方法を、既習の考え方と関連付けて論理的に考え、説明することができる。  
 <思考力、判断力、表現力等>

### (2) 展開

学習活動	教師の発問 (◎) 予想される生徒の反応 (・)	指導に生かす評価 (◇) 記録し指導に生かす評価 (◆) 支援 (⇒) 指導上の留意点 (○) 学校研究との関わり (★)	
1 問題を把握する。	◎根号をふくむ式の乗法と除法はどのように計算できましたか。 ・ $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ ・ $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{a \div b}$ ◎今までの数と同じように計算ができるということですね。では、根号をふくむ式の加法と減法はどのように計算できると考えられますか。	○前時の内容の確認を隣の人と行う。  ○数の概念の拡張に関わる演算の方法を丁寧に考えていけるように、前時とのつながりを意識させる発問をする。	
<b>問題</b> $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ と計算してもよいだろうか。			
2 予想をする。	◎はじめに予想をしてみましょう。 ・計算してもよい。 ・計算してはいけない。	○課題意識を明確にして思考を促す。	
3 課題を設定する。	◎その理由を説明することはできそうですか。考えてみましょう。	○生徒とのやりとりを通して課題を設定する。	
<b>課題</b> $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ と計算してもよいか説明してみよう。			
4 見通しをもつ。	◎どのようにすれば、説明することができるでしょうか。 ・具体的な数で考えられると思う。 ・乗除のときのように2乗すればよい。 ・乗除では面積を使って説明できたから、加減も同じようにできるかもしれない。	○隣の人と話したり、ノートを振り返らせたりすることで、乗法、除法のときの考え方と結びつけ、解決の見通しをもたせる。	
5 自力解決をする。	(1) 具体数で確かめる (平方数で考える) $a = 9, b = 16$ とすると $\sqrt{9} = 3$ $\sqrt{16} = 4$ より $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$ $\sqrt{9+16} = \sqrt{25}$ $= 5$ これより、 $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ とはいえない。 反例があるので、 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ と計算してはいけない。	(2) 具体数で確かめる (近似値を利用する) $a = 2, b = 3$ とすると $\sqrt{2} = 1.414 \dots$ $\sqrt{3} = 1.732 \dots$ より $\sqrt{2} + \sqrt{3} = 3.146 \dots$ $\sqrt{2+3} = \sqrt{5}$ $= 2.236 \dots$ これより、 $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ とはいえない。 反例があるので、 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ と計算してはいけない。	★複数の解決の見通しを共有することで、自力解決の手立てにつなげる。 ◇平方根の加法や減法の計算方法を、既習の考え方と関連付けて論理的に考え、説明することができる。<思・判・表> (ノート分析・行動観察) ⇒乗法の学習で用いた考え方を振り返らせ、もし同じように考えたらどうなるかを問う。

(3) 両辺を2乗して比較する  
 左辺を2乗すると  
 $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$   
 $= a + 2\sqrt{ab} + b \dots ①$   
 右辺を2乗すると  
 $(\sqrt{a+b})^2$   
 $= a + b \dots ②$   
 $a, b$  は正の数より、  
 ①と②は等しくないから、  
 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$   
 と計算してはいけない。

(4) 面積図で考える  
 $a = 2, b = 3$  のとき  
 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  を1辺とする  
 正方形の面積は、色  
 をつけた正方形の面  
 積の和の5よりも大  
 きいことがわかる。  
 したがって、 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  は  $\sqrt{5}$  よりも大  
 きいから、  
 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$   
 と計算してはいけない。



⇒生徒一人ひとりが粘り強く自分の考えを説明したり互いの考えを比較したりできるように、机間指導等で個別に支援する。  
 ★机間指導で、他の説明を促すような声掛けをしていく。

6 他者の考えに触れて、比較・検討しながら考えを深め、まとめる。

◎小グループでお互いの考えを説明しましょう。  
 ◎それぞれの考え方のよいところは何ですか。  
 ・(1)や(2)は具体的な数を代入して反例をあげればよいので簡単だ。  
 ・(3)は文字を使って説明できているから、いつでも言える説明だね。  
 ・(4)は視覚的にわかりやすいね。  
 ◎これらの説明から、どのようなことが言えそうですか。  
 ・ $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$  と計算することはできない。

○小グループ内で話し合わせた上で、全体共有を行うなど、生徒一人ひとりが議論に参加しやすくなる工夫を行う。  
 ○それぞれの考え方を統合し、問題に対する結論を見いださせる。

7 課題を発展させる。

◎そうですね。ちなみに、 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$  と計算できることはあるでしょうか。  
 ・計算することはできないと思う。  
 ・(3)より、2乗の差は  $2\sqrt{ab}$  であることがわかる。よって  $2\sqrt{ab} = 0$  となればよいので、 $a$  または  $b$  が 0、もしくは  $a, b$  がともに 0 になるときである。  
 ◎文字の式を利用すれば条件を見つけることができましたね。

○成り立つときにはないのだろうかという視点を持たせ、課題意識をもたせる。  
 ○先の課題の考え方と関連付けて、条件を論理的に説明ができるようにする。

8 まとめをする。

・ $a, b$  が正の数のとき、 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$  と計算することはできない。  
 ・ $\sqrt{a} + \sqrt{b}$  は1つの数を表している。

9 本時を振り返り、大切だった考え方を共有する。

◎平方根の加法、減法の計算の方法を考えたときに、どんな考え方が大切でしたか。  
 ・乗法、除法のときと同じように、具体的な数で見通しをもったり、反例を示したりすることが大切だった。  
 ・式の両辺を2乗したり、面積図をかいたりすることで、今までの計算と同じように考えることができるかを確認められた。  
 ・様々な視点から考えを深め、それぞれの考え方のよさを理解することが大事でした。

○学習全体を振り返り、他の学習でも生かせるような考え方や、次々以降の学習につながるような考え方について共有する。