

第2学年A組 数学科学習指導案

授業者 奥田 勇 司

1 単元名 図形の性質を見つけて証明しよう（三角形と四角形）

2 単元について

(1) 題材観

小学校算数科において、第3学年では二等辺三角形の性質について、また、第4学年では平行四辺形の性質について、それぞれ図形の角や辺に着目し、実験、実測、観察などによって調べてきている。

中学校第2学年では、小学校の経験を数学的に推論することによって、図形の性質を調べることができるようにする。さらに、調べる過程やその結果について説明し伝え合う活動を通して、適切に表現できるようにする。また、それらの性質を持つ三角形や四角形が、二等辺三角形や平行四辺形等になっていることを考察することで、命題の逆の性質についても素地的に触れ、数学的に推論することを深めることもこの単元の中で扱っていく。一般の図形から特殊な図形を扱うことで、条件を加えることによって変わる包含関係を捉え、平面図形の知識をさらに深く理解することを図る。

(2) 指導観

合同な三角形を組み合わせることで、平行な直線をつくることができるかどうかを、合同な図形の対応する角や、二等辺三角形の性質を利用して考察する授業である。（令和5年度 全国学力・学習状況調査問題）厚紙で、自分で作図して用意した二等辺三角形を用いることで、帰納的にその組み合わせ方で平行な直線ができていくことを実感させることで、証明の必要性を感じさせる。多くの生徒が2つの三角形で平行四辺形をつくる方法で解決する一方、三角形を一部重ねて組み合わせる方法で平行な直線が引けることに気付かせ、この方法が平行になっているかどうかを考察させる。

証明する際に、合同な図形であること、二等辺三角形であることから、錯角が等しいということを通り導き出すが、三角形が二等辺三角形でない場合は平行にならなくなってしまうことを、実際に三角形を用意して確認させる。先ほどの証明を振り返り、どの式が矛盾してしまっているのかを考えさせることで、筋道立てて説明する活動を俯瞰的に捉えることの大切さを実感させる。

最後に、一般的な三角形では同じ方法で平行線を引けない、で終わるのではなく、工夫して平行な直線が引けないか考えさせる。平行四辺形を用いて解決する方法は容易に想像できるが、三角形を一部重ねて組み合わせる方法でもできることに気付かせる。また、その方法が正しい理由を、筋道立てて考える。本時の活動を通して、合同な三角形を用いて二等辺三角形をつくることで、等しい角が生まれ、様々な性質が見いだすことができるということに気付かせ、平面図形を多面的・多角的に見る力を向上させる。

3 研究の手立て

(1) 困難に向き合い、試行錯誤するなどの挑戦する学びの場面の設定

二等辺三角形で平行線が引ける問題を解決したあと、「二等辺三角形でない合同な三角形で、同じように平行線を引くことができるのでしょうか。」という発問によって、一般的な三角形でも同じように平行線が引けるかを考えさせる。しかし、同じようにできない場面となるところで、原因は何か、どうすれば平行線を引くことができるか、といった試行錯誤を通して挑戦する学びの場となる。ここでの思考活動によって、根拠を明らかにしながら思考することの重要性を再認識させることができる。図形の性質が成り立つ場合だけでなく、成り立たない場合について考える活動は、論理的に思考し、説明する活動をより客観的に捉える機会となり、深い学びへと導くことができると考える。

(2) 教師や仲間との協働的な学びの充実の手立て

図形を組み合わせる活動を、厚紙に自分で作図して切り取った図形を用いることで、具体的操作をもって思考することができる。また、それぞれが違う形の三角形を用いることができ、自ら見つけた図形の性質が帰納的に成り立つことが、お互いの組み合わせた図形を共有することで分かる。そうした活動が、演繹的に考えるきっかけにつながり、証明することの必要性を感じることもつながる。一般的な三角形を用いて平行線を引こうとする活動においても同様に、お互い用意した三角形が違うことで、新たな方法で平行線を引くことができそうであることを実感することができるのは、互いに三角形を組み合わせた様子を確認し合う活動があるからである。小学校で三角形の内角の和が 180° であることを理解したときと同様に、具体物によって性質が成り立つことが帰納的に理解することは大切な活動であり、演繹的に証明することの必要性を生徒の思考から引き出すきっかけへとつながる。

4 指導目標について

図形の合同について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解すること。

(イ) 証明の必要性と意味及びその方法について理解すること。

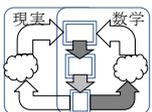
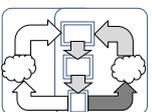
イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること。

(イ) 三角形や平行四辺形の基本的な性質などを具体的な場面で活用すること。

5 指導計画と評価規準 (○学習指導の過程における評価 ◎単元における総括とするための評価)

小単元等		授業時間数
二等辺三角形の性質	3 時間 (本時 3 / 3)	21 時間
二等辺三角形になるための条件	2 時間	
直角三角形の合同	3 時間	
平行四辺形の性質	3 時間	
平行四辺形になるための条件	4 時間	
特別な平行四辺形	3 時間	
平行線と面積	3 時間	

時数	学習内容 ・ 数学的活動	重視したい 学習過程	学習過程を 充実させるための 具体的な手立て	挑戦心を引き出す 発問例	知 技	思 判 表	態 度
1 2 ③ 本 時	二等辺三角形の性質 ・ 二等辺三角形の性質がいつでも成り立つことを、既習の知識をもとに証明する活動		主 垂線の作図から二等辺三角形の性質を利用していることに気付かせる。 深 補助線の種類によって証明の方針が変わることを実感させる。	「なぜこの補助線では証明ができないのでしょうか。」(B) 「二等辺三角形でない合同な三角形で、同じように平行線を引くことができるのでしょうか。」(D2)		○	○
4 5	二等辺三角形になるための条件 ・ 定理の逆が成り立つかどうかを、仮定と結論をもとに筋道立てて説明する活動		対 ことがらの逆が成り立つかどうか、様々な事象を考えさせ、真偽を確認する。	「仮定がどうなればことがらが成り立つようになるのでしょうか。」(D2)	○	◎	

6 7 8	直角三角形の合同 ・ 三角形の合同条件をもとに、直角三角形の合同条件を見いだす活動		深 直角三角形の性質を利用して、外心が一意に決まることを証明する。	「3本目にひいた線が角を二等分していることを証明しましょう。」(A2)	○	○
9 10 11	平行四辺形の性質 ・ 平行四辺形の性質を、定義をもとに筋道立てて説明する活動		対 平行四辺形を2つの三角形に分け、筋道立てて証明する。 深 平行線の同位角、錯角を利用することで、三角形が合同であることを証明する。	「平行四辺形の定理は、どのように証明すればよいでしょうか。」(C) 「平行四辺形の証明において平行線の性質が使える理由は何ですか。」(D2)	◎	○
12 13 14 15	平行四辺形になるための条件 ・ 証明の方針を立てて、筋道立てて説明する活動		主 証明の方針に基づき、定理を証明する。 対 条件を用いて平行四辺形であることを証明する。	「仮定から結論を導き出すためには何がいえればよいでしょうか。」(B) 「なぜ作図した四角形が平行四辺形になったのでしょうか。」(D2)	○	◎
16 17 18	特別な平行四辺形 ・ 特別な平行四辺形の性質を整理し、包含関係を見いだす活動		深 特別な平行四辺形の性質を証明し、それぞれの条件を整理する。	「平行四辺形を中心として、様々な四角形の種類を整理しましょう。」(D2)	◎	
19 20 21	平行線と面積 ・ 五角形と面積が等しい三角形を平行線の性質を利用してつくる活動		対 平行線を工夫して引き、等積変形ができるようにする。	「点をどのように動かしたら多角形の角を減らすことができるのでしょうか。」(C)	○	◎

6 本時の学習

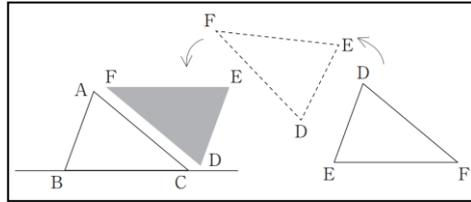
(1) 本時の目標

○合同な三角形を組み合わせることで平行線が引ける理由を、筋道立てて考え、説明することができる。<思考力、判断力、表現力等>

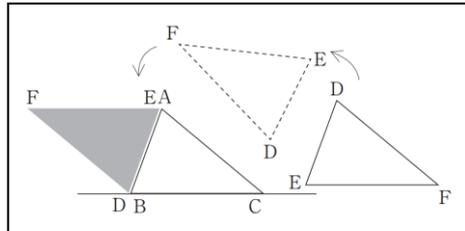
(2) 展開

学習活動 (時間)	教師の発問 (◎) 予想される生徒の反応 (・)	指導に生かす評価 (◇) 記録し指導に生かす評価 (◆) 支援 (⇒) 指導上の留意点 (○) 学校研究との関わり (★)
1 問題を把握する (10分)		
<p>右の図のように、$CA = CB$の二等辺三角形ABCと、$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$となるような$\triangle DEF$の2つの三角形を厚紙で作ります。</p> <p>この2つの三角形を組み合わせることで、直線BCと平行な直線を引くことができるでしょうか。</p>		

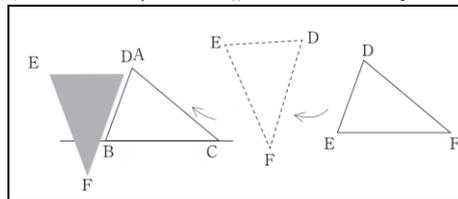
①△DEFを回転移動し、AとF、CとDを合わせると、BC // FEとなる。



②△DEFを回転移動し、AとE、BとDを合わせると、BC // FEとなる。



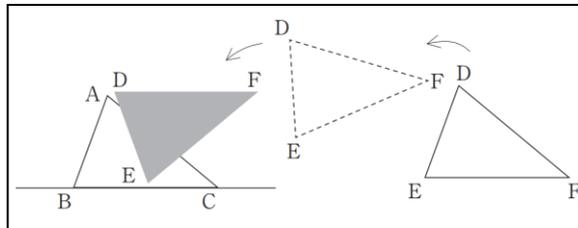
③△DEFを回転移動し、AとD、DF上にBを合わせると、BC // EDとなる。



◎なぜどれも平行になるのでしょうか。

・どれも錯角が等しいので、平行になる。

④△DEFを回転移動し、AとD、直線BCとEを合わせると、BC // DFとなる。



・なぜこれで平行になったのだろうか。

・平行になっていそうだけど、根拠が分からない。

○三角形をずらしてかくような方法(同位角)ではなく、組み合わせさせて平行となる線分ができるかどうかを考えさせる。

★事前に厚紙を用意して書かせておき、切って組み合わせることで平行となる様子を確認させる。

○平行四辺形になる条件はまだ扱っていないので、錯角が等しいという理由から簡単に触れる。

○①～③のそれぞれの場合において、錯角が等しいことによって平行となることを簡単に確認する。

○④の考えが出てこなかった場合は、生徒の前で例示してみせる。

○この方法は①～③とは違い、三角形を一部重ねて組み合わせていることを確認する。

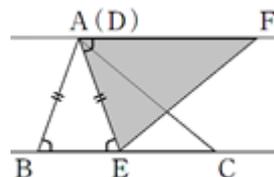
★それぞれ扱っている二等辺三角形が違うことから、いつでも成り立つかを確認する必要性に迫る。

2 本時の課題を設定する
(15分)

課題 平行線が引ける理由を証明しよう。

◎なぜBC // DFになるのか証明しましょう。

△ABC ≡ △DEFより
AB = DE (AE) なので
∠ABE = ∠AEB
∠EDF = ∠DEF = ∠ABC
したがって
∠AEB = ∠EDF
錯角が等しいので
BC // DF



◇合同な三角形を組み合わせることで平行線が引ける理由を、筋道立てて考え、説明することができる。<思・判・表>(ノート)

⇒合同な図形の対応する角がどこにあるのかを確認させる。

◎なぜ証明することができたのでしょうか。

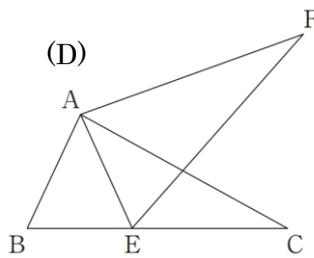
・合同な図形の対応する角は等しい。

・二等辺三角形の底角は等しい。

・二等辺三角形じゃなかったらどうなるかな。

3 条件を変えて考える
(5分)

◎二等辺三角形でない合同な三角形で、同じよう組み合わせましょう。



・うまくいかない。BC // AFとならない。

4 原因を追究する
(5分)

◎なぜうまくいかなかったのでしょうか。
 ・二等辺三角形でないから。
 ◎なぜ二等辺三角形でないと平行にならないのでしょうか。
 ・底角が等しくないから。
 ◎なぜ底角が等しくないでないと平行にならないのでしょうか。
 ・先ほどの証明で $\angle EDF = \angle DEF$ が成り立たなくなるからです。

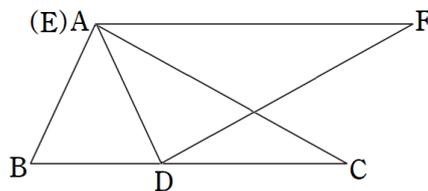
★条件を一般化しても同じことがいえるのかを考えさせる。
 ★厚紙を実際に用意して確かめる。お互いの組み合わせの様子を見合い、帰納的に事象が起きていることを実感させる。

○二等辺三角形と一般的な三角形の違いを確認させる。
 ○先ほどの証明の中に根拠がなく矛盾しているところを探することで、論理的に思考する活動を俯瞰的に捉えさせる。

$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ より
 $AB = DE$ (AE) なので
 $\angle ABE = \angle AEB$
 $\angle EDF = \angle DEF = \angle ABC$ ←使えない!
 したがって
 $\angle AEB = \angle EDF$
 錯角が等しいので
 $BC \parallel DF$

5 違う方法で考える
(10分)

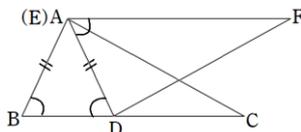
◎二等辺三角形でない三角形ではできないのでしょうか。
 ・錯角を使う方法ならできる (①~③)。



・AとE, 直線BCとDを合わせると, BC // EFとなる。

◎なぜ平行になったのでしょうか。

$\angle ABC = \angle DEF$
 $AB = DE$ (AD) なので
 $\angle ABC = \angle ADB$
 したがって
 $\angle ADB = \angle DEF$
 錯角が等しいので
 $BC \parallel EF$



★平行にならなかったから諦めるのではなく、他の組み合わせ方で平行線が引ける可能性を考えさせる。

◇合同な三角形を組み合わせることで平行線が引ける理由を、筋道立てて考え、説明することができる。<思・判・表> (ノート)
 ⇒合同な図形の対応する角がどこにあるのかを確認させる。

6 本時の活動を振り返る
(5分)

◎条件を変えてみましたが、平行の直線を引くためにどのような見方が必要でしたか。
 ・錯角が等しくなるように三角形を組み合わせる必要がある。
 ・合同な三角形の対応する辺を使って、二等辺三角形をつくると、等しい角をつくることができる。